

Atomic qubits and quantum gates

SFI5814 - Física atômica e molecular

Adonai H. da Silva - 9284192
Prof. Philippe. W. Courteille



Sumário

- Computação quântica
- Portas lógicas quânticas
- Qubits atômicos
 - Rubídio 87
- Emaranhando dois qubits
 - Teoria e detalhes
 - Protocolo

Sumário

- Computação quântica
- Portas lógicas quânticas
- Qubits atômicos
 - Rubídio 87
- Emaranhando dois qubits
 - Teoria e detalhes
 - Protocolo

Computação quântica

Década de 80:

- Modelo quântico para uma máquina de Turing

Computação quântica

Década de 80:

- Modelo quântico para uma máquina de Turing
- Generalização da ideia de *bit* usando um sistema de dois níveis

Computação quântica

Década de 80:

- Modelo quântico para uma máquina de Turing
- Generalização da ideia de *bit* usando um sistema de dois níveis

Década de 90:

- Primeiros algoritmos

Computação quântica

Década de 80:

- Modelo quântico para uma máquina de Turing
- Generalização da ideia de *bit* usando um sistema de dois níveis

Década de 90:

- Primeiros algoritmos
- Deutsch-Jozsa (1992)
- Shor (1994)

Computação quântica

Década de 80:

- Modelo quântico para uma máquina de Turing
- Generalização da ideia de *bit* usando um sistema de dois níveis

Década de 90:

- Primeiros algoritmos
- Deutsch-Jozsa (1992)
- Shor (1994)

Não há prova formal de que computação quântica é fundamentalmente mais poderosa!

Sumário

- Computação quântica
- Portas lógicas quânticas
- Qubits atômicos
 - Rubídio 87
- Emaranhando dois qubits
 - Teoria e detalhes
 - Protocolo

Portas lógicas quânticas

Qubits como vetores coluna

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Portas lógicas quânticas

Qubits como vetores coluna

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Portas lógicas (ponto de vista puramente computacional):

Operações instantâneas sobre qubits

Portas lógicas quânticas

Qubits como vetores coluna

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Portas lógicas (ponto de vista puramente computacional):

Operações instantâneas sobre qubits

Hadamard

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Portas lógicas quânticas

Qubits como vetores coluna

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Portas lógicas (ponto de vista puramente computacional):

Operações instantâneas sobre qubits

Hadamard

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \longrightarrow \quad H|0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \quad H|1\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

Portas lógicas quânticas

Qubits como vetores coluna

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Portas lógicas (ponto de vista puramente computacional):

Operações instantâneas sobre qubits

Hadamard

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \longrightarrow \quad H|0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \quad H|1\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

Phase

$$P(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix}$$

Portas lógicas quânticas

Qubits como vetores coluna

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Portas lógicas (ponto de vista puramente computacional):

Operações instantâneas sobre qubits

Hadamard

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \longrightarrow \quad H|0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \quad H|1\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

Phase

$$P(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix} \quad \longrightarrow \quad P(\phi)(a|0\rangle + b|1\rangle) = a|0\rangle + be^{i\phi}|1\rangle$$

Portas lógicas quânticas

Quando temos mais de um qubit

Portas lógicas quânticas

Quando temos mais de um qubit

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|1\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Portas lógicas quânticas

Quando temos mais de um qubit

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|1\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Portas multi-qubit:

$$\text{CNOT} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{SWAP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Portas lógicas quânticas

Quando temos mais de um qubit

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|1\rangle \otimes |0\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Portas multi-qubit:

$$\text{CNOT} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\text{CNOT}(a|0\rangle|0\rangle + b|1\rangle|0\rangle) = a|0\rangle|0\rangle + b|1\rangle|1\rangle$$

$$\text{SWAP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\text{SWAP}(|\psi_a\rangle \otimes |\psi_b\rangle) = |\psi_b\rangle \otimes |\psi_a\rangle$$

Sumário

- Computação quântica
- Portas lógicas quânticas
- Qubits atômicos
 - Rubídio 87
- Emaranhando dois qubits
 - Teoria e detalhes
 - Protocolo

Qubits atômicos

Considerar que as portas são instantâneas é apenas uma conveniência!

Violaria causalidade

Qubits atômicos

Considerar que as portas são instantâneas é apenas uma conveniência!

Violaria causalidade

Qualquer sistema de 2 níveis quântico pode, em princípio, servir de qubit

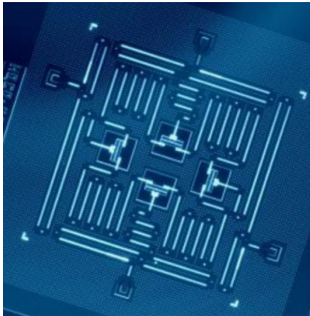
Qubits atômicos

Considerar que as portas são instantâneas é apenas uma conveniência!

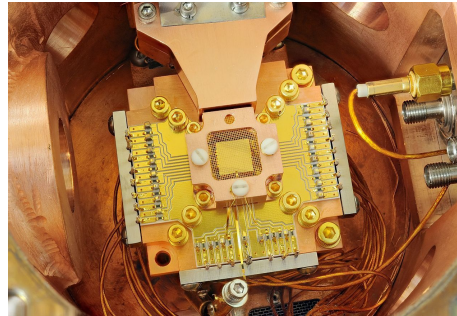
Violaria causalidade

Qualquer sistema de 2 níveis quântico pode, em princípio, servir de qubit

Chip Supercondutor



Átomos aprisionados



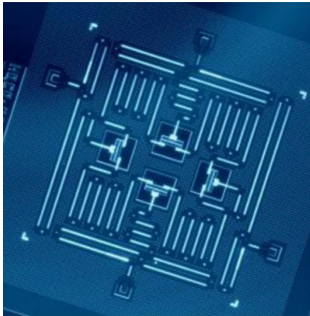
Qubits atômicos

Considerar que as portas são instantâneas é apenas uma conveniência!

Violaria causalidade

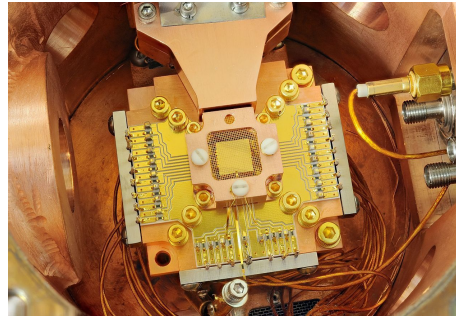
Qualquer sistema de 2 níveis quântico pode, em princípio, servir de qubit

Chip Supercondutor



- IBM
- Google
- Intel

Átomos aprisionados



- Honeywell
- IonQ
- NIST

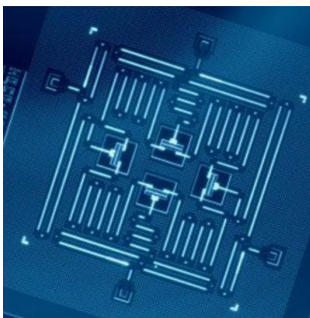
Qubits atômicos

Considerar que as portas são instantâneas é apenas uma conveniência!

Violaria causalidade

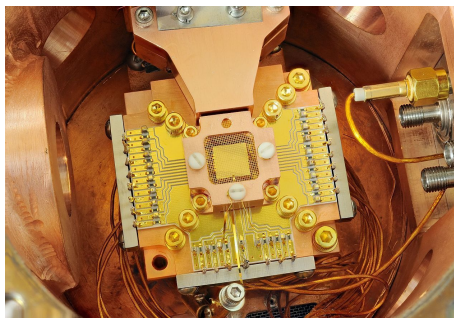
Qualquer sistema de 2 níveis quântico pode, em princípio, servir de qubit

Chip Supercondutor



- IBM
- Google
- Intel

Átomos aprisionados



- Honeywell
- IonQ
- NIST

Qubits atômicos - Rubídio 87

Qubits atômicos - Rubídio 87

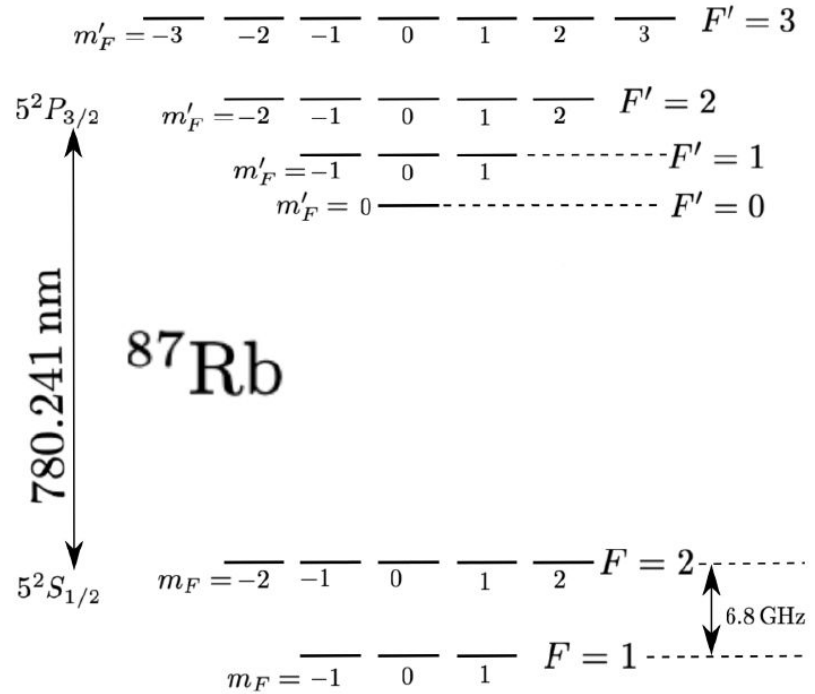
Spin nuclear $I = 3/2$

Momento angular em $^2S_{1/2}$ $J = 1/2$

Qubits atômicos - Rubídio 87

Spin nuclear $I = 3/2$

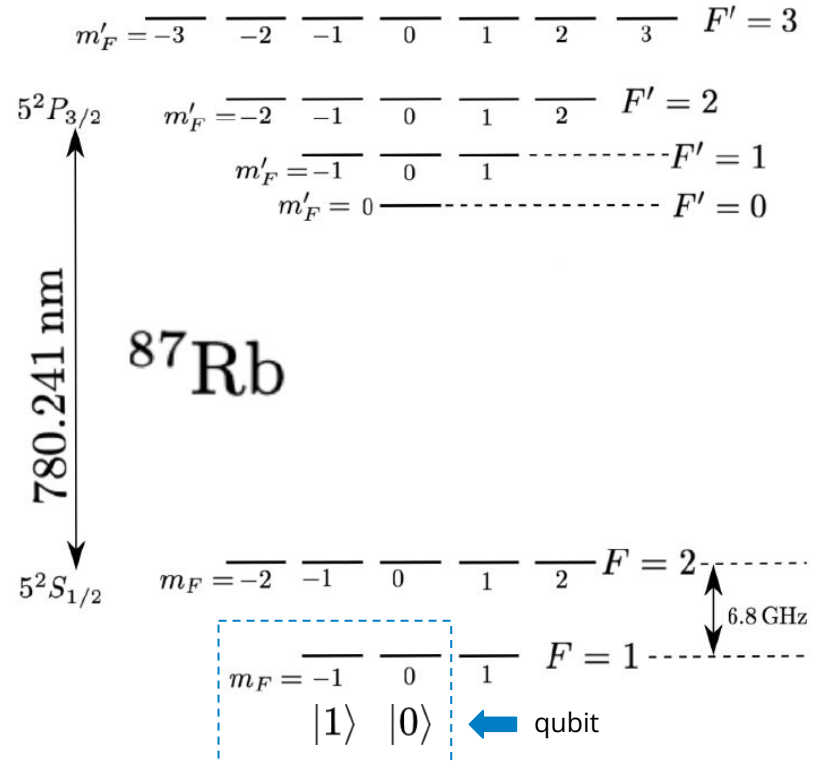
Momento angular em $^2S_{1/2} J = 1/2$



Qubits atômicos - Rubídio 87

Spin nuclear $I = 3/2$

Momento angular em $^2S_{1/2} J = 1/2$

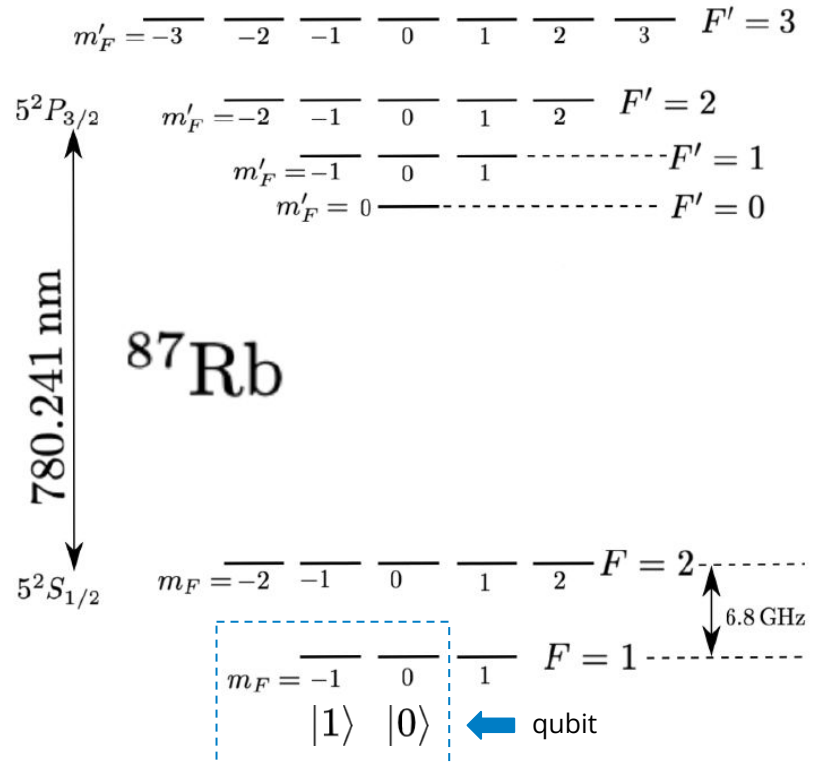


Qubits atômicos - Rubídio 87

Spin nuclear $I = 3/2$

Momento angular em $^2S_{1/2} J = 1/2$

m_F degenerados na ausência de campo magnético externo

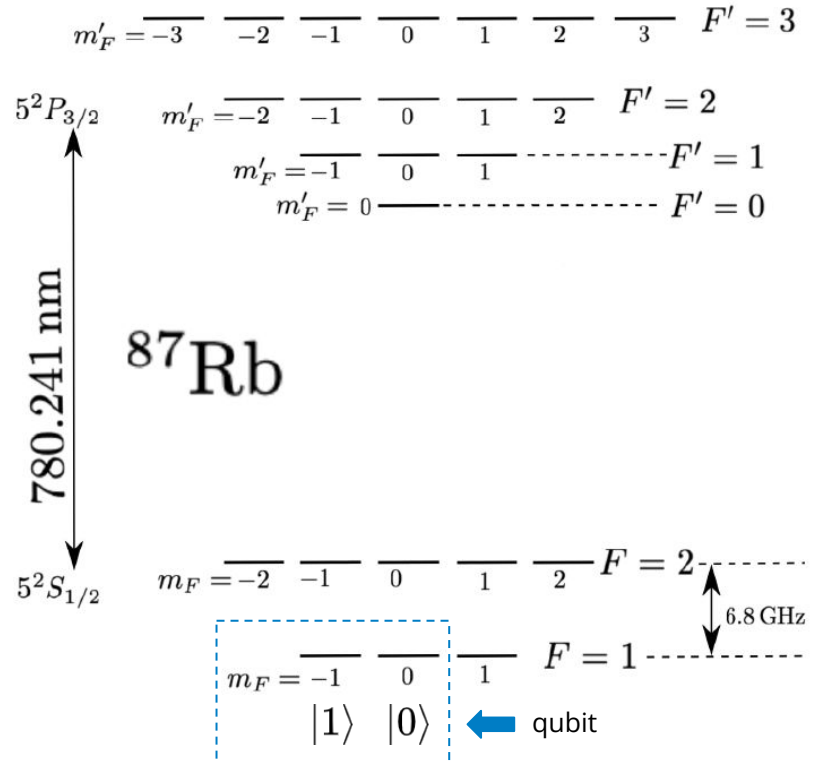
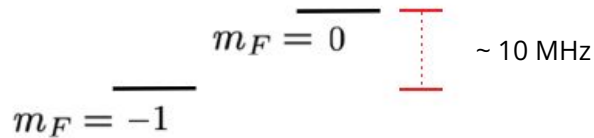


Qubits atômicos - Rubídio 87

Spin nuclear $I = 3/2$

Momento angular em $^2S_{1/2} J = 1/2$

m_F degenerados na ausência de campo magnético externo



Qubits atômicos - Rubídio 87

Portas de um qubit: pulsos de radiofrequência ressonantes ou não com a transição $m_F = 0 \leftrightarrow m_F = -1$.

Qubits atômicos - Rubídio 87

Portas de um qubit: pulsos de radiofrequência ressonantes ou não com a transição $m_F = 0 \leftrightarrow m_F = -1$.

Ressonante (detuning $\rightarrow 0$)

$$e^{i\hat{H}t} \propto \begin{bmatrix} \cos \frac{\Omega_0 t}{2} & i \sin \frac{\Omega_0 t}{2} \\ i \sin \frac{\Omega_0 t}{2} & \cos \frac{\Omega_0 t}{2} \end{bmatrix}$$

Qubits atômicos - Rubídio 87

Portas de um qubit: pulsos de radiofrequência ressonantes ou não com a transição $m_F = 0 \leftrightarrow m_F = -1$.

Ressonante (detuning $\rightarrow 0$)

$$e^{i\hat{H}t} \propto \begin{bmatrix} \cos \frac{\Omega_0 t}{2} & i \sin \frac{\Omega_0 t}{2} \\ i \sin \frac{\Omega_0 t}{2} & \cos \frac{\Omega_0 t}{2} \end{bmatrix}$$



π -pulse $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$; $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$

gate X

$\pi/2$ -pulse $|0\rangle \rightarrow \frac{|0\rangle + i|1\rangle}{\sqrt{2}}$; $|1\rangle \rightarrow \frac{i|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$

gate H
(a menos de fase)

Qubits atômicos - Rubídio 87

Portas de um qubit: pulsos de radiofrequência ressonantes ou não com a transição $m_F = 0 \leftrightarrow m_F = -1$.

Ressonante (detuning $\rightarrow 0$)

$$e^{i\hat{H}t} \propto \begin{bmatrix} \cos \frac{\Omega_0 t}{2} & i \sin \frac{\Omega_0 t}{2} \\ i \sin \frac{\Omega_0 t}{2} & \cos \frac{\Omega_0 t}{2} \end{bmatrix}$$



π -pulse $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$; $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$

gate X

$\pi/2$ -pulse $|0\rangle \rightarrow \frac{|0\rangle + i|1\rangle}{\sqrt{2}}$; $|1\rangle \rightarrow \frac{i|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$

gate H
(a menos de fase)

Não ressonante

$$e^{i\hat{H}t} \sim \begin{bmatrix} e^{i\phi t} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi t} \end{bmatrix}$$

Qubits atômicos - Rubídio 87

Portas de um qubit: pulsos de radiofrequência ressonantes ou não com a transição $m_F = 0 \leftrightarrow m_F = -1$.

Ressonante (detuning $\rightarrow 0$)

$$e^{i\hat{H}t} \propto \begin{bmatrix} \cos \frac{\Omega_0 t}{2} & i \sin \frac{\Omega_0 t}{2} \\ i \sin \frac{\Omega_0 t}{2} & \cos \frac{\Omega_0 t}{2} \end{bmatrix}$$



π -pulse $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$; $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$

gate X

$\pi/2$ -pulse $|0\rangle \rightarrow \frac{|0\rangle + i|1\rangle}{\sqrt{2}}$; $|1\rangle \rightarrow \frac{i|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$

gate H
(a menos de fase)

Não ressonante

$$e^{i\hat{H}t} \sim \begin{bmatrix} e^{i\phi t} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi t} \end{bmatrix}$$



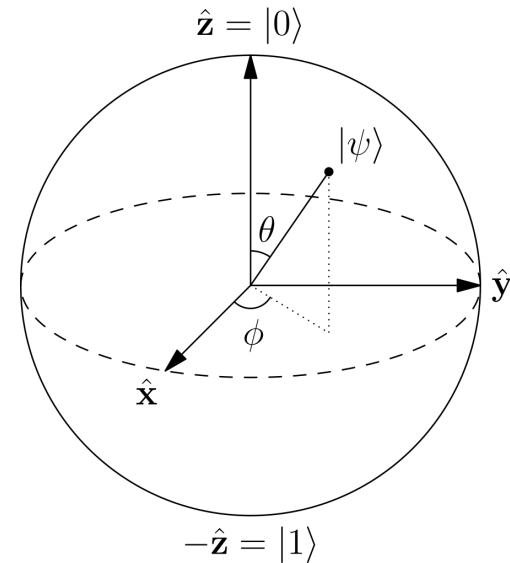
Dependendo da escolha de t

$a|0\rangle + b|1\rangle \rightarrow a|0\rangle + be^{-2i\phi}|1\rangle$

gate P

Qubits atômicos - Rubídio 87

Tais pulsos consistem na rotação em torno de X e Z na esfera de Bloch



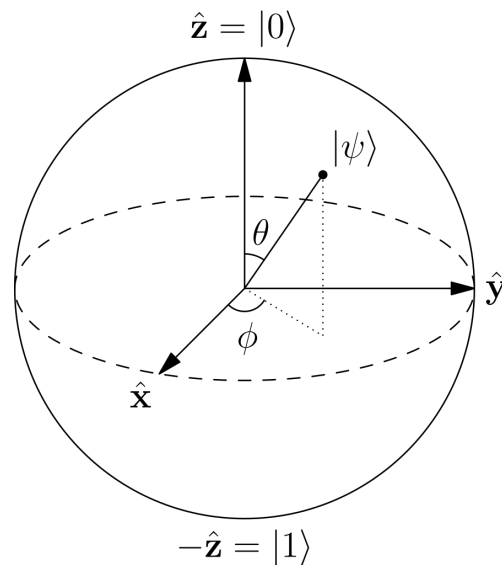
Qubits atômicos - Rubídio 87

Tais pulsos consistem na rotação em torno de X e Z na esfera de Bloch

Rotações em torno de 2 eixos

+

Habilidade de emaranhar



Qubits atômicos - Rubídio 87

Tais pulsos consistem na rotação em torno de X e Z na esfera de Bloch

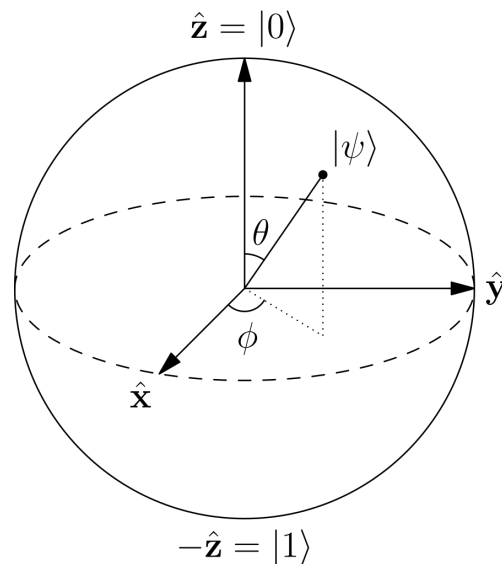
Rotações em torno de 2 eixos

+

Habilidade de emaranhar



Computação quântica universal



Sumário

- Computação quântica
- Portas lógicas quânticas
- Qubits atômicos
 - Rubídio 87
- Emaranhando dois qubits
 - Teoria e detalhes
 - Protocolo

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

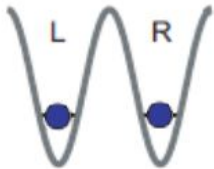
Rubídio possui spin inteiro \Rightarrow bóson

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Rubídio possui spin inteiro \Rightarrow bóson

Dois átomos de ^{87}Rb em dois poços de potencial separados

Qubit basis: $|0\rangle$  $m_F = 0$ $|1\rangle$  $m_F = -1$



Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Rubídio possui spin inteiro \Rightarrow bóson

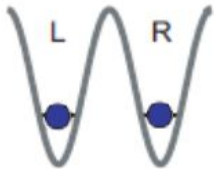
Dois átomos de ^{87}Rb em dois poços de potencial separados

$$|q_L\rangle = \phi_L(\mathbf{r}) |q\rangle$$

$$|q_R\rangle = \phi_R(\mathbf{r}) |p\rangle$$

p e q podem ser qualquer superposição

Qubit basis: $|0\rangle$  $m_F=0$ $|1\rangle$  $m_F=-1$



Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes


Rubídio possui spin inteiro \Rightarrow bóson


Dois átomos de ^{87}Rb em dois poços de potencial separados

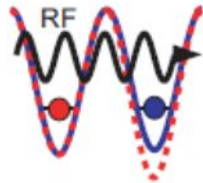
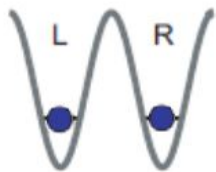
$$|q_L\rangle = \phi_L(\mathbf{r}) |q\rangle$$

$$|q_R\rangle = \phi_R(\mathbf{r}) |p\rangle$$

p e q podem ser qualquer superposição

Qubit basis: $|0\rangle$  $m_F=0$

$|1\rangle$  $m_F=-1$



Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes


Rubídio possui spin inteiro \Rightarrow bóson


Dois átomos de ^{87}Rb em dois poços de potencial separados

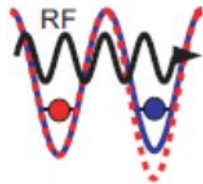
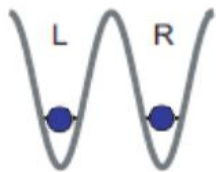
$$|q_L\rangle = \phi_L(\mathbf{r}) |q\rangle \quad L \rightarrow e$$

$$|q_R\rangle = \phi_R(\mathbf{r}) |p\rangle \quad R \rightarrow g$$

p e q podem ser qualquer superposição

Qubit basis: $|0\rangle$  $m_F=0$

$|1\rangle$  $m_F=-1$



Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Rubídio possui spin inteiro \Rightarrow bóson

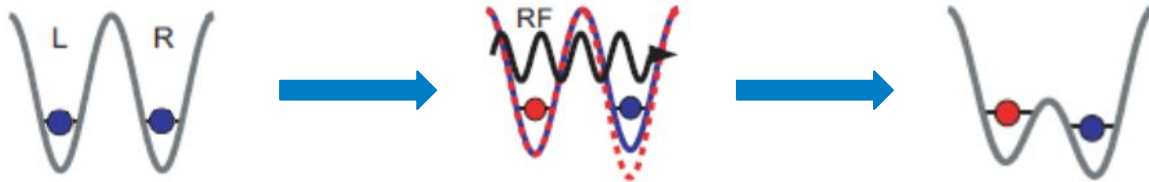
Dois átomos de ^{87}Rb em dois poços de potencial separados

$$|q_L\rangle = \phi_L(\mathbf{r}) |q\rangle \quad L \rightarrow e$$

$$|q_R\rangle = \phi_R(\mathbf{r}) |p\rangle \quad R \rightarrow g$$

p e q podem ser qualquer superposição

Qubit basis: $|0\rangle$  $m_F=0$ $|1\rangle$  $m_F=-1$



Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes


Rubídio possui spin inteiro \Rightarrow bóson


Dois átomos de ^{87}Rb em dois poços de potencial separados

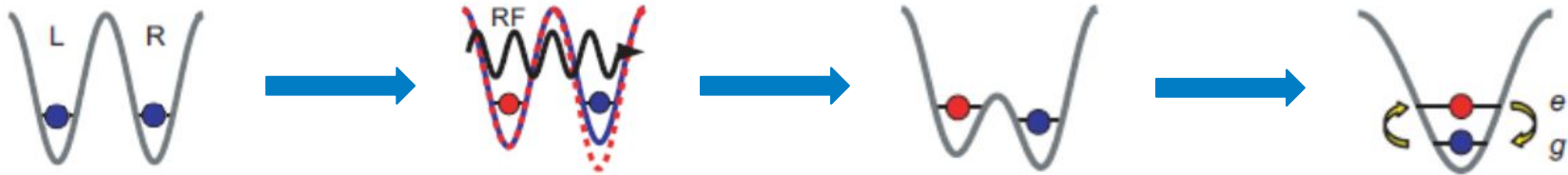
$$|q_L\rangle = \phi_L(\mathbf{r}) |q\rangle \quad L \rightarrow e$$

$$|q_R\rangle = \phi_R(\mathbf{r}) |p\rangle \quad R \rightarrow g$$

p e q podem ser qualquer superposição

Qubit basis: $|0\rangle$  $m_F=0$

$|1\rangle$  $m_F=-1$



Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Rubídio possui spin inteiro \Rightarrow bóson

Dois átomos de ^{87}Rb em dois poços de potencial separados

$$|q_L\rangle = \phi_L(\mathbf{r}) |q\rangle \quad L \rightarrow e$$

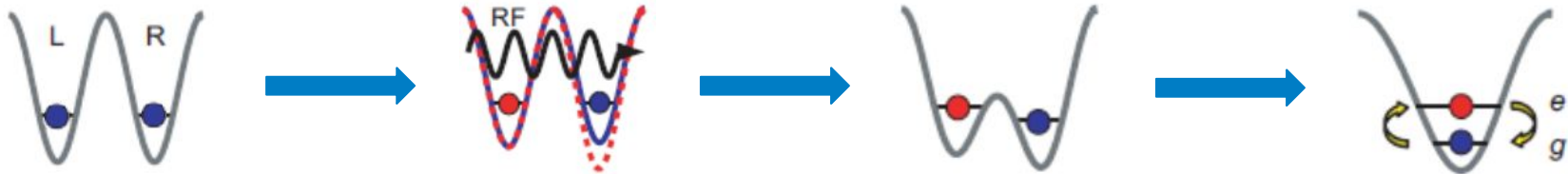
$$|q_R\rangle = \phi_R(\mathbf{r}) |p\rangle \quad R \rightarrow g$$

bóson:

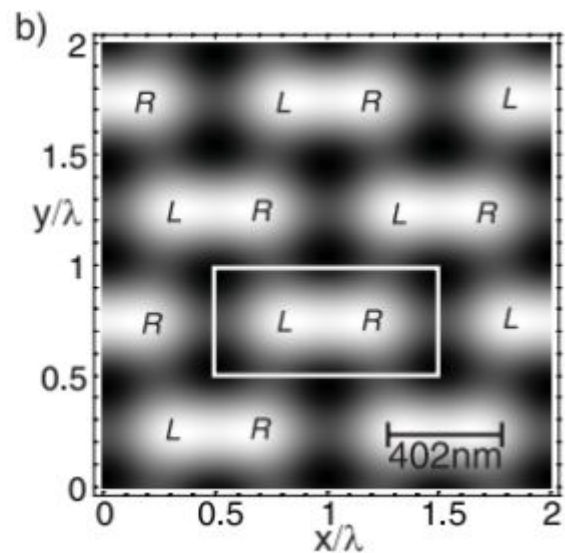
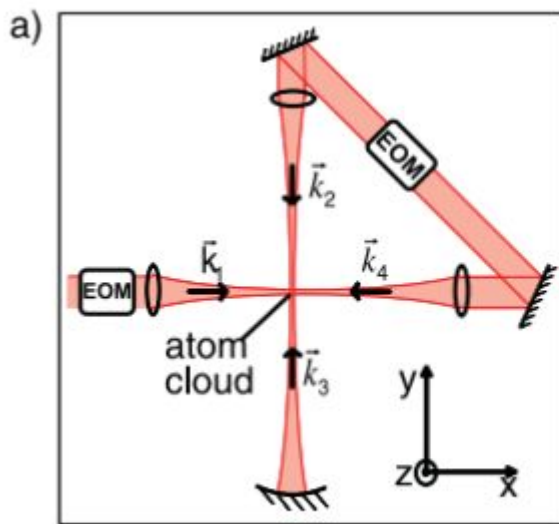
p e q podem ser qualquer superposição

$$|\Psi\rangle = \phi_e(\mathbf{r}_1)\phi_g(\mathbf{r}_2)|q\rangle_1|p\rangle_2 + \phi_g(\mathbf{r}_1)\phi_e(\mathbf{r}_2)|p\rangle_1|q\rangle_2$$

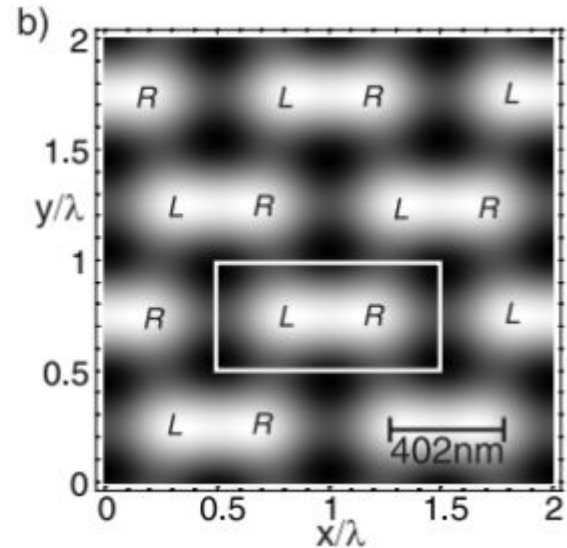
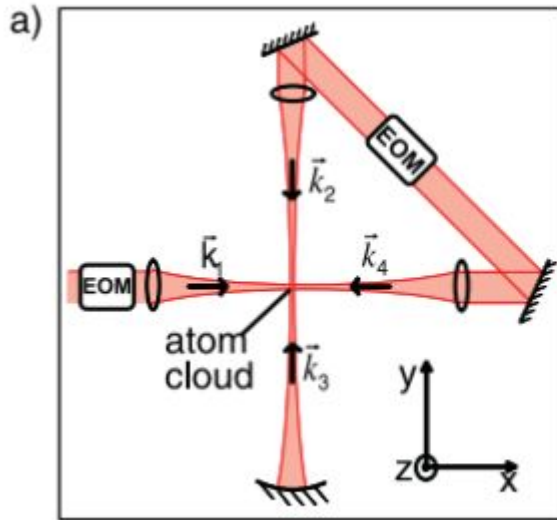
Qubit basis: $|0\rangle$ $m_F=0$ $|1\rangle$ $m_F=-1$



Detalhes experimentais



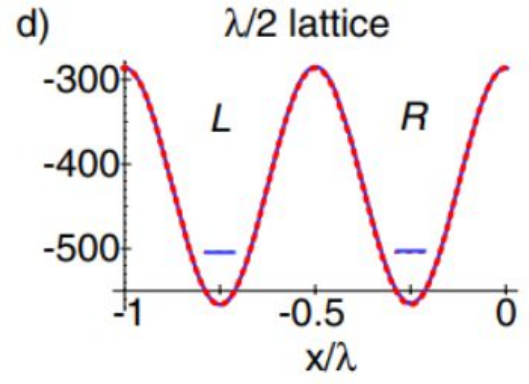
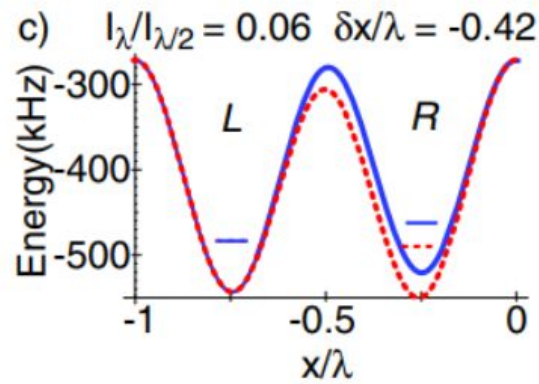
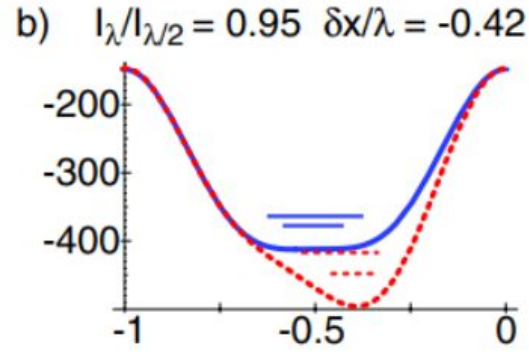
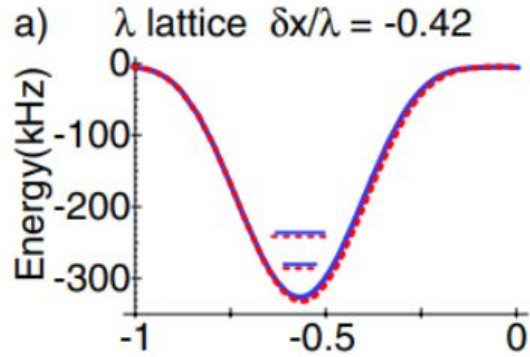
Detalhes experimentais



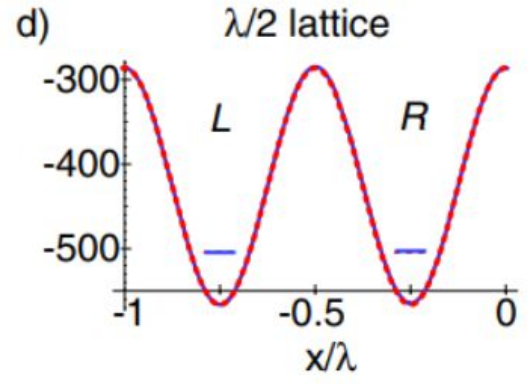
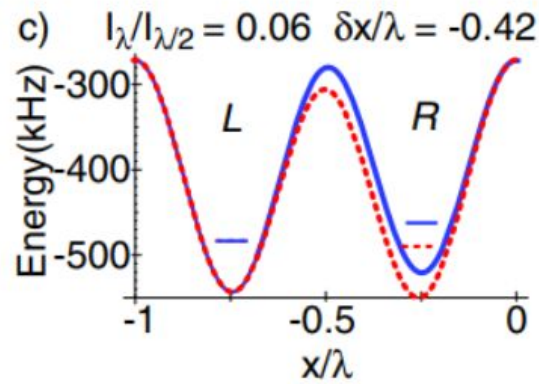
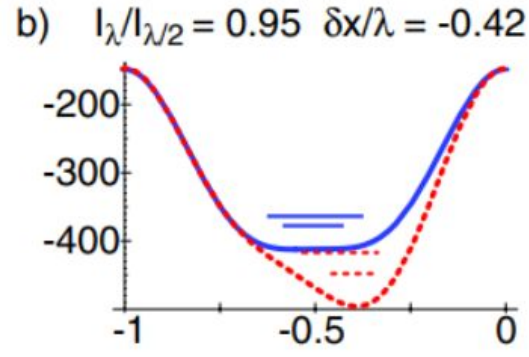
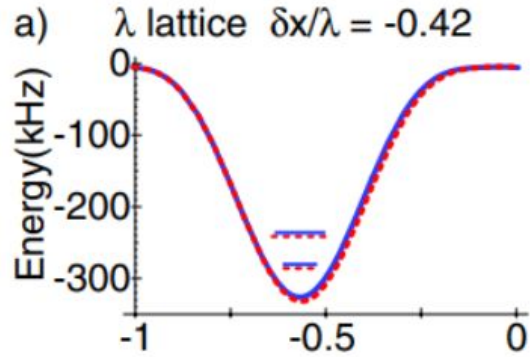
$\lambda/2$ -lattice: polarização paralela ao plano

λ -lattice: polarização perpendicular ao plano

Detalhes experimentais

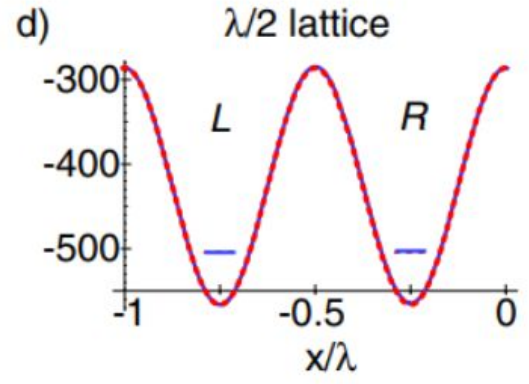
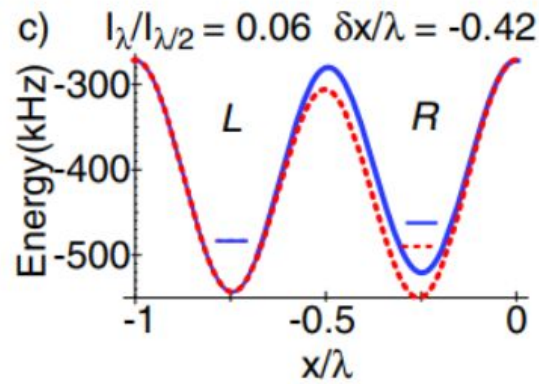
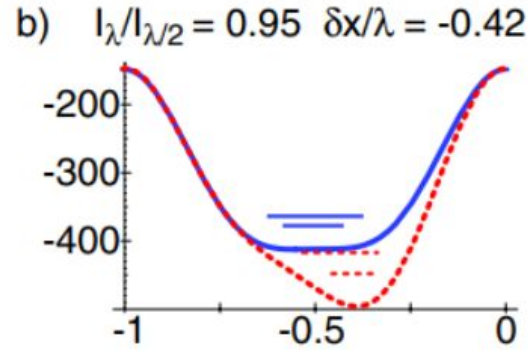
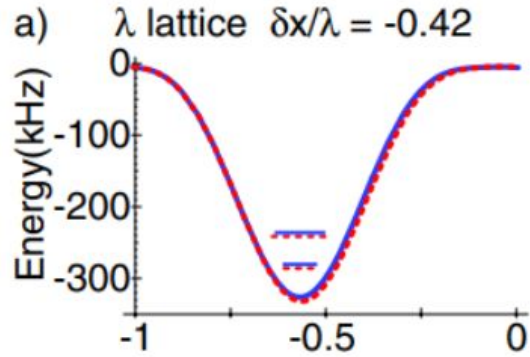


Detalhes experimentais



Polarizações mistas:
Potencial depende do spin

Detalhes experimentais

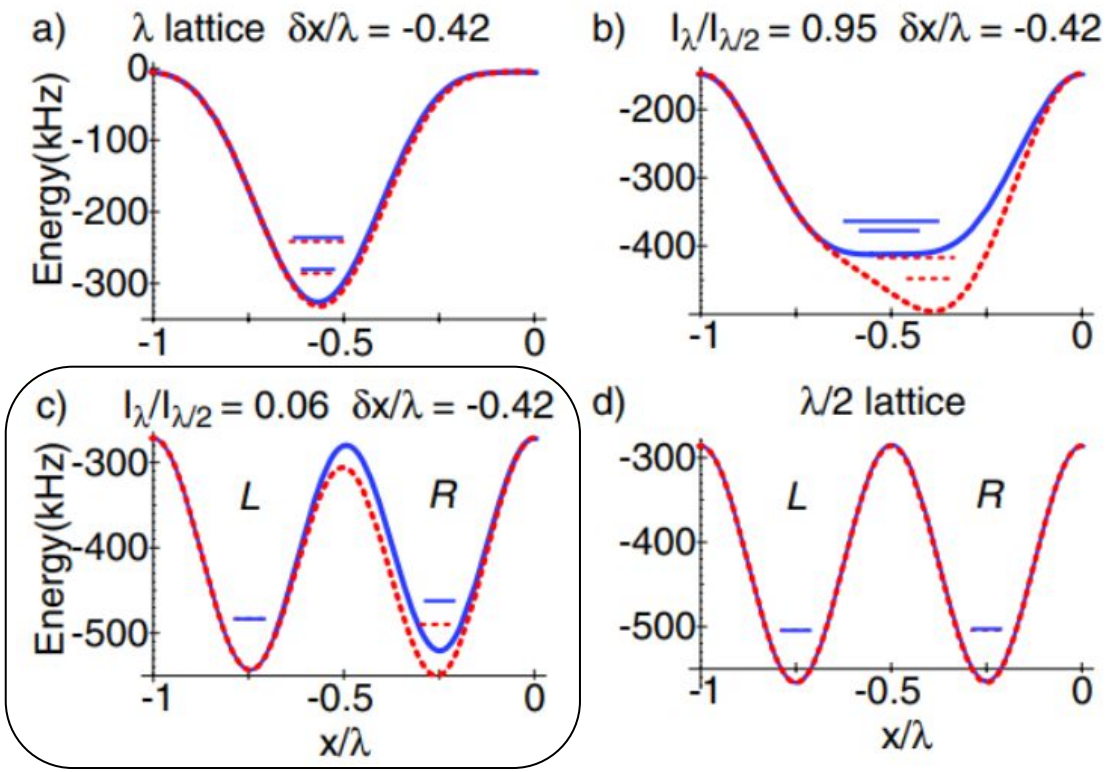


Polarizações mistas:
Potencial depende do spin

Potencial independente
de spin

Potencial dependente
de spin

Detalhes experimentais

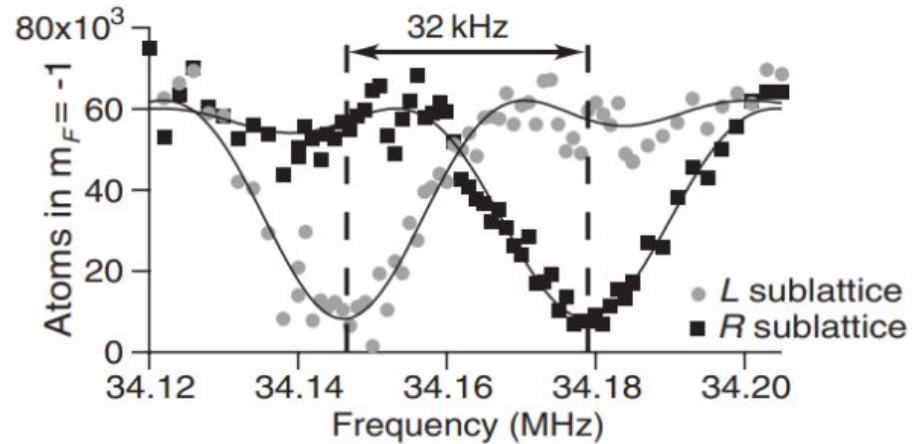


Polarizações mistas:
Potencial depende do spin

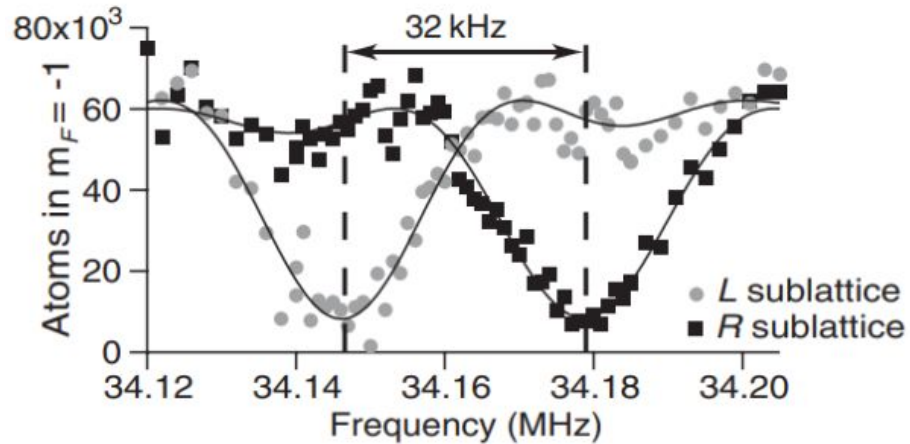
Potencial independente
de spin

Potencial dependente
de spin

Detalhes experimentais

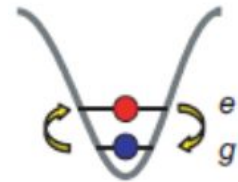
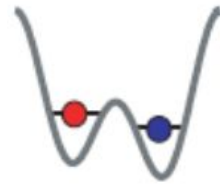
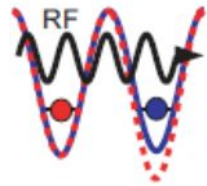
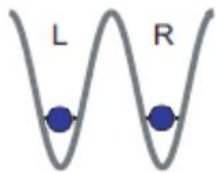


Detalhes experimentais



Qubit basis: $|0\rangle$ $m_F = 0$

$|1\rangle$ $m_F = -1$



Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Os auto-estados são

$$|\Psi_s\rangle = \phi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{|0\rangle_1 |1\rangle_2 - |1\rangle_1 |0\rangle_2}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_0}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{|0\rangle_1 |1\rangle_2 + |1\rangle_1 |0\rangle_2}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_+}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |1\rangle_1 |1\rangle_2$$

$$|\Psi_{t_-}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |0\rangle_1 |0\rangle_2$$

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Os auto-estados são

$$|\Psi_s\rangle = \phi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{|0\rangle_1 |1\rangle_2 - |1\rangle_1 |0\rangle_2}{\sqrt{2}} \quad \text{antissimétrico}$$

$$|\Psi_{t_0}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{|0\rangle_1 |1\rangle_2 + |1\rangle_1 |0\rangle_2}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_+}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |1\rangle_1 |1\rangle_2 \quad \text{simétrico}$$

$$|\Psi_{t_-}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |0\rangle_1 |0\rangle_2$$

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Os auto-estados são

$$|\Psi_s\rangle = \phi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{|0\rangle_1 |1\rangle_2 - |1\rangle_1 |0\rangle_2}{\sqrt{2}} \quad \text{antissimétrico}$$

ϕ_s é antissimétrica

$$|\Psi_{t_0}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{|0\rangle_1 |1\rangle_2 + |1\rangle_1 |0\rangle_2}{\sqrt{2}}$$

ϕ_t é simétrica

$$|\Psi_{t_+}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |1\rangle_1 |1\rangle_2 \quad \text{simétrico}$$

$$|\Psi_{t_-}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |0\rangle_1 |0\rangle_2$$

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Os auto-estados são

$$|\Psi_s\rangle = \phi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{|0\rangle_1 |1\rangle_2 - |1\rangle_1 |0\rangle_2}{\sqrt{2}}$$

antissimétrico

ϕ_s é antissimétrica

$$|\Psi_{t_0}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{|0\rangle_1 |1\rangle_2 + |1\rangle_1 |0\rangle_2}{\sqrt{2}}$$

ϕ_t é simétrica



$$|\Psi_{t_+}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |1\rangle_1 |1\rangle_2$$

simétrico

$$\phi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \phi_e(\mathbf{r}_1)\phi_g(\mathbf{r}_2) - \phi_g(\mathbf{r}_1)\phi_e(\mathbf{r}_2)$$

$$|\Psi_{t_-}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |0\rangle_1 |0\rangle_2$$

$$\phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \phi_e(\mathbf{r}_1)\phi_g(\mathbf{r}_2) + \phi_g(\mathbf{r}_1)\phi_e(\mathbf{r}_2)$$

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Identificamos

$$|q_e\rangle |p_g\rangle = \phi_e(\mathbf{r}_1)\phi_g(\mathbf{r}_2)|q\rangle_1|p\rangle_2$$

Os auto-estados são

$$|\Psi_s\rangle = \phi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{|0\rangle_1|1\rangle_2 - |1\rangle_1|0\rangle_2}{\sqrt{2}} \quad \text{antissimétrico}$$

$$|\Psi_{t_0}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{|0\rangle_1|1\rangle_2 + |1\rangle_1|0\rangle_2}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_+}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |1\rangle_1|1\rangle_2 \quad \text{simétrico}$$

$$|\Psi_{t_-}\rangle = \phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) |0\rangle_1|0\rangle_2$$

ϕ_s é antissimétrica

ϕ_t é simétrica



$$\phi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \phi_e(\mathbf{r}_1)\phi_g(\mathbf{r}_2) - \phi_g(\mathbf{r}_1)\phi_e(\mathbf{r}_2)$$

$$\phi_t(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \phi_e(\mathbf{r}_1)\phi_g(\mathbf{r}_2) + \phi_g(\mathbf{r}_1)\phi_e(\mathbf{r}_2)$$

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Os auto-estados são

$$|\Psi_s\rangle = \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle - |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_0}\rangle = \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle + |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_+}\rangle = |1_e\rangle |1_g\rangle$$

$$|\Psi_{t_-}\rangle = |0_e\rangle |0_g\rangle$$

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Os auto-estados são

$$|\Psi_s\rangle = \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle - |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_0}\rangle = \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle + |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_+}\rangle = |1_e\rangle |1_g\rangle$$

$$|\Psi_{t_-}\rangle = |0_e\rangle |0_g\rangle$$

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Os auto-estados são

$$|\Psi_s\rangle = \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle - |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_0}\rangle = \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle + |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$\hat{U} = \begin{bmatrix} e^{-i\frac{E_s}{\hbar}t} & & & \\ & e^{-i\frac{E_0}{\hbar}t} & & \\ & & e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t} & \\ & & & e^{-i\frac{E_-}{\hbar}t} \end{bmatrix}$$

$$|\Psi_{t_+}\rangle = |1_e\rangle |1_g\rangle$$

$$|\Psi_{t_-}\rangle = |0_e\rangle |0_g\rangle$$

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Os auto-estados são

$$|\Psi_s\rangle = \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle - |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_0}\rangle = \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle + |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$\hat{U} = \begin{bmatrix} e^{-i\frac{E_s}{\hbar}t} & & & \\ & e^{-i\frac{E_0}{\hbar}t} & & \\ & & e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t} & \\ & & & e^{-i\frac{E_-}{\hbar}t} \end{bmatrix}$$

$$|\Psi_{t_+}\rangle = |1_e\rangle |1_g\rangle$$

$$|\Psi_{t_-}\rangle = |0_e\rangle |0_g\rangle$$

$$\text{Definindo } E \equiv \frac{E_s - E_0}{2}$$

Emaranhando dois qubits - Teoria e detalhes

Analisemos as 4 componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \quad |0_e\rangle |1_g\rangle \quad |1_e\rangle |0_g\rangle \quad |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Os auto-estados são

$$|\Psi_s\rangle = \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle - |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi_{t_0}\rangle = \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle + |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$\hat{U} = \begin{bmatrix} e^{-i\frac{E_s}{\hbar}t} & & & \\ & e^{-i\frac{E_0}{\hbar}t} & & \\ & & e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t} & \\ & & & e^{-i\frac{E_-}{\hbar}t} \end{bmatrix}$$

$$\text{Definindo } E \equiv \frac{E_s - E_0}{2}$$

$$|\Psi_{t_+}\rangle = |1_e\rangle |1_g\rangle$$

$$|\Psi_{t_-}\rangle = |0_e\rangle |0_g\rangle$$

Evolução das componentes

$$|0_e\rangle |0_g\rangle \rightarrow e^{-i\frac{E_-}{\hbar}t} |0_e\rangle |0_g\rangle$$

$$|0_e\rangle |1_g\rangle \rightarrow \cos\left(\frac{Et}{\hbar}\right) |0_e\rangle |1_g\rangle - i \sin\left(\frac{Et}{\hbar}\right) |1_e\rangle |0_g\rangle$$

$$|1_e\rangle |0_g\rangle \rightarrow \cos\left(\frac{Et}{\hbar}\right) |1_e\rangle |0_g\rangle - i \sin\left(\frac{Et}{\hbar}\right) |0_e\rangle |1_g\rangle$$

$$|1_e\rangle |1_g\rangle \rightarrow e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t} |1_e\rangle |1_g\rangle$$

Emaranhando dois qubits - Protocolo

Com base neste resultado basta fazermos:

Emaranhando dois qubits - Protocolo

Com base neste resultado basta fazermos:

1 - Preparar inicialmente o estado $|0_L\rangle |1_R\rangle$ ou $|1_L\rangle |0_R\rangle$

Emaranhando dois qubits - Protocolo

Com base neste resultado basta fazermos:

1 - Preparar inicialmente o estado $|0_L\rangle |1_R\rangle$ ou $|1_L\rangle |0_R\rangle$

2 - Realizar o processo descrito

Emaranhando dois qubits - Protocolo

Com base neste resultado basta fazermos:

1 - Preparar inicialmente o estado $|0_L\rangle |1_R\rangle$ ou $|1_L\rangle |0_R\rangle$

2 - Realizar o processo descrito

3 - Controlar de forma que a interação dure $t = \frac{\hbar\pi}{4E}$

Emaranhando dois qubits - Protocolo

Com base neste resultado basta fazermos:

1 - Preparar inicialmente o estado $|0_L\rangle |1_R\rangle$ ou $|1_L\rangle |0_R\rangle$

2 - Realizar o processo descrito

3 - Controlar de forma que a interação dure $t = \frac{\hbar\pi}{4E}$

$$|0_e\rangle |1_g\rangle \rightarrow \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle - i |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|1_e\rangle |0_g\rangle \rightarrow \frac{|1_e\rangle |0_g\rangle - i |0_e\rangle |1_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

Emaranhando dois qubits - Protocolo

Com base neste resultado basta fazermos:

1 - Preparar inicialmente o estado $|0_L\rangle |1_R\rangle$ ou $|1_L\rangle |0_R\rangle$

2 - Realizar o processo descrito

3 - Controlar de forma que a interação dure $t = \frac{\hbar\pi}{4E}$

Emaranhados!

$$|0_e\rangle |1_g\rangle \rightarrow \frac{|0_e\rangle |1_g\rangle - i |1_e\rangle |0_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|1_e\rangle |0_g\rangle \rightarrow \frac{|1_e\rangle |0_g\rangle - i |0_e\rangle |1_g\rangle}{\sqrt{2}}$$

Obrigado!

